

Physik-Formelsammlung Oberstufe

Dr. Wolfgang Unkelbach

Hinweise und Kommentare bitte an: wolfgang.unkelbach@t-online.de

Stand: 23.02.2016

Inhaltsverzeichnis

1	Kinematik	1
2	Dynamik	4
3	Kreisbewegung	6
4	Rotation starrer Körper	7
5	Gravitation	9
6	Mechanische Schwingungen	11
7	Mechanische Wellen	13
8	Elektrostatik	15
9	Magnetische Felder	17
10	Elektromagnetische Induktion	19
11	Wechselstrom	21
12	Elektromagnetische Schwingungen und Wellen	23
13	Wellenoptik	25
14	Relativitätstheorie	28
15	Welle-Teilchen-Dualismus	31
16	Atomphysik	33
17	Radioaktivität und Atomkerne	34
18	Thermodynamik	36
19	Fehlerrechnung	39

1 Kinematik

Die *Kinematik* oder *Bewegungslehre* beschreibt die Bewegungsvorgänge. Dabei wird nicht auf die Ursache der Bewegung eingegangen. Zur Darstellung der Bewegung ist die Festlegung eines Koordinatensystems und eines Zeitnullpunkts erforderlich.

Grundgrößen und –einheiten:

Weg s , $[s] = 1m$ (Meter)
Zeit t , $[t] = 1s$ (Sekunde)

Alle weiteren Größen und Einheiten lassen sich auf diese Grundgrößen bzw. -einheiten zurückführen.

Abgeleitete Größen und Einheiten:

Momentangeschwindigkeit: $v = \dot{s}(t) \approx \frac{\Delta s}{\Delta t}$, Δt klein, $[v] = 1 \frac{m}{s}$
Beschleunigung: $a = \dot{v}(t) \approx \frac{\Delta v}{\Delta t}$, Δt klein, $[a] = 1 \frac{m}{s^2}$

Gleichförmige Bewegung (Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit)

Weg–Zeit– und Geschwindigkeits–Zeit–Gesetz:

$$\begin{aligned} s(t) &= v_o \cdot t + s_o \\ v(t) &= v_o \end{aligned}$$

$v_o = v(0)$: Anfangsgeschwindigkeit, $s_o = s(0)$: Startwert

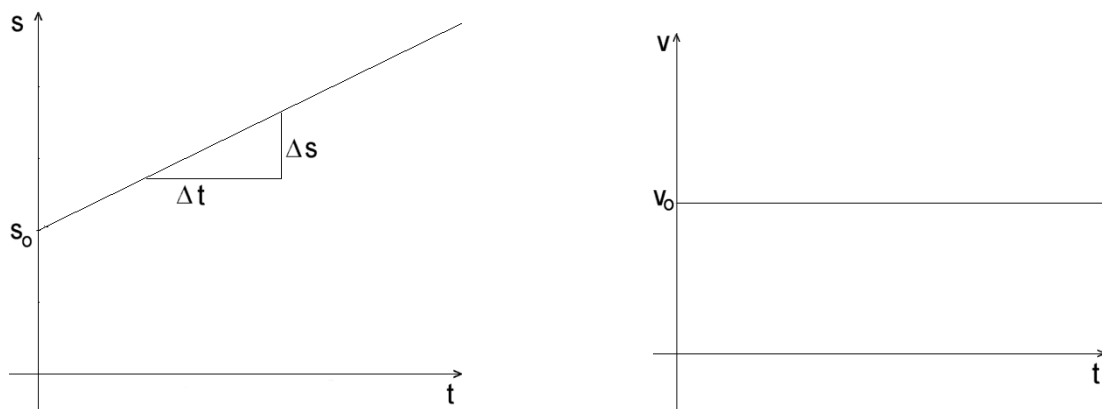


Abbildung 1: Weg–Zeit– und Geschwindigkeits–Zeit–Diagramm der gleichförmigen Bewegung

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

(Bewegung mit konstanter Beschleunigung)

Weg-Zeit-, Geschwindigkeits-Zeit- und Beschleunigungs-Zeit-Gesetz:

$$\begin{aligned}s(t) &= \frac{1}{2}a_o \cdot t^2 + v_o \cdot t + s_o \\v(t) &= a_o \cdot t + v_o \\a(t) &= a_o\end{aligned}$$

$a_o = a(0)$: Anfangsbeschleunigung

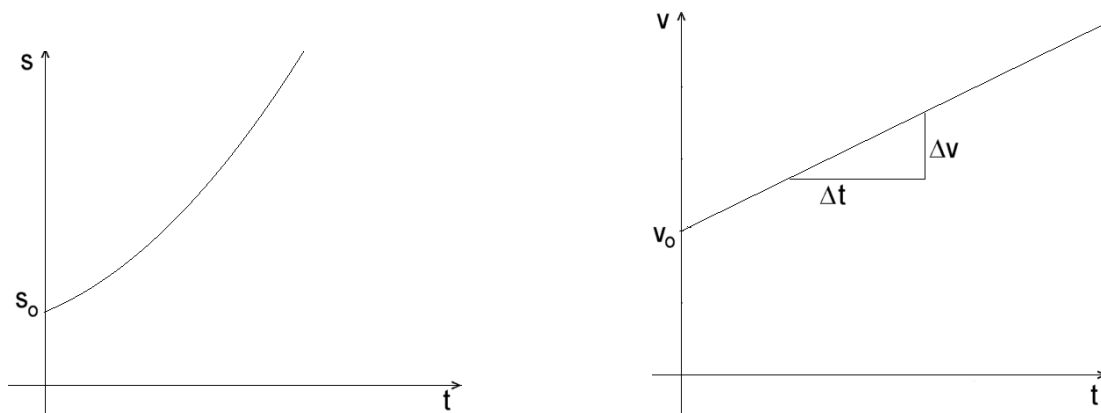


Abbildung 2: Weg-Zeit- und Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

Die Momentangeschwindigkeit $v(t_o)$ zu einem Zeitpunkt t_o ergibt sich aus dem Weg-Zeit-Diagramm durch die Steigung der Tangente an den entsprechenden Punkt.

Freier Fall:

Spezialfall der gleichmäßig beschleunigten Bewegung mit der Beschleunigung $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ (Erdbeschleunigung).

Senkrechter Wurf:

Ein Körper wird unter Vernachlässigung der Reibung mit Anfangsgeschwindigkeit v_o senkrecht nach oben geworfen.

Wurfhöhe:

$$H = \frac{v_o^2}{2g}$$

Steigzeit:

$$t_S = \frac{v_o}{g}$$

Mehrdimensionale Bewegung

Nach dem *Unabhängigkeitssatz der Bewegung* lässt sich die Bewegung in ihre Komponenten aufspalten (z.B. horizontaler Wurf: gleichförmige Bewegung in x-Richtung, freier Fall in y-Richtung).

Bei den Größen Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung handelt es sich um Vektoren (\vec{s} , \vec{v} und \vec{a}). Die Bewegungsgesetze gelten jeweils komponentenweise.

Horizontaler Wurf:

Ein Körper wird unter Vernachlässigung der Reibung mit Anfangsgeschwindigkeit v_o in horizontaler Richtung geworfen.

horizontale Richtung (x):

gleichförmige Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit v_o

vertikale Richtung, nach unten (y):

freier Fall

Bahnkurve:

$$y = \frac{g}{2v_o^2} \cdot x^2$$

Schräger Wurf:

Ein Körper wird unter Vernachlässigung der Reibung mit Anfangsgeschwindigkeit v_o unter einem Winkel α schräg nach oben geworfen.

horizontale Richtung (x):

gleichförmige Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit $v_{ox} = v_o \cdot \cos \alpha$

vertikale Richtung, nach oben (y):

senkrechter Wurf mit Anfangsgeschwindigkeit $v_{oy} = v_o \cdot \sin \alpha$

Bahnkurve:

$$y = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_o^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2$$

Wurfweite:

$$W = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Die maximale Weite ergibt sich bei einem Winkel von $\alpha = 45^\circ$.

Wurfzeit:

$$t_W = 2 \frac{v_o \sin \alpha}{g}$$

2 Dynamik

Masse

Unter der Masse versteht man die Eigenschaft eines Körpers, einer Bewegungsänderung einen Widerstand entgegenzusetzen (*träge Masse*) und von einem anderen Körper angezogen zu werden (*schwere Masse*).

Einheit: $[m] = 1kg$ (Basiseinheit)

Kraft

1. Newton-Axiom (Trägheitsprinzip)

Ein Körper führt so lange eine gleichförmige Bewegung aus, bis eine Kraft auf ihn wirkt.

2. Newton-Axiom (Grundgesetz der Mechanik)

Um einem Körper mit Masse m mit der Beschleunigung \vec{a} zu beschleunigen, ist eine Kraft \vec{F} erforderlich, für die gilt:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

3. Newton-Axiom (actio = reactio)

Übt ein Körper A auf einen Körper B eine Kraft \vec{F}_1 aus, so übt Körper B auf Körper A eine Kraft \vec{F}_2 aus, für die gilt:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

Einheit: $[F] = 1kg \cdot \frac{m}{s^2} = 1N$ (Newton)

Hookesches Gesetz:

Um eine elastische Feder eine Strecke s auszulenken, ist eine Kraft F erforderlich, für die gilt:

$$F = D \cdot s$$

D : Federhärte

Arbeit und Energie

Arbeit wird immer dann verrichtet, wenn eine Kraft längs eines Weges wirkt. Für eine konstante Kraft F längs eines Weges s mit konstanter Wegrichtung gilt:

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

α steht für den Winkel zwischen Kraft- und Wegrichtung.

Allgemein gilt:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Einheit: $[W] = 1kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = 1Nm = 1J$ (Joule)

Beispiele:

Hubarbeit $W_{Hub} = m \cdot g \cdot h$, h : Höhe
Beschleunigungsarbeit $W_{Beschl.} = \frac{1}{2}m \cdot v^2$

Energie ist die Fähigkeit eines Körpers, Arbeit zu verrichten. Verrichtete Arbeit wird als Energie gespeichert.

Hubarbeit \rightarrow Lageenergie (potenzielle Energie)
Beschleunigungsarbeit \rightarrow Bewegungsenergie (kinetische Energie)
Reibungsarbeit \rightarrow Wärmeenergie

In abgeschlossenen Systemen gilt der **Energieerhaltungssatz**. Die Gesamtenergie bleibt unverändert, auch wenn sich einzelne Energieformen ineinander umwandeln.

Impuls

Definition: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Einheit: $[p] = 1kg \cdot \frac{m}{s}$

Die Ursache eines Impulses ist ein *Kraftstoß* $\vec{F} \cdot \Delta t$:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$$

Es gilt das verallgemeinerte *Grundgesetz der Mechanik*:

$$\vec{F}(t) = \dot{\vec{p}}(t)$$

$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ist ein Spezialfall des Gesetzes für $m = const.$

In abgeschlossenen Systemen, d.h. einem System, auf das keine äußeren Kräfte wirken, gilt der **Impulserhaltungssatz**. Der Gesamtimpuls bleibt erhalten, d.h. $\dot{\vec{p}}(t) = 0$.

3 Kreisbewegung

Grundgrößen zur Beschreibung der Kreisbewegung

(überstrichener) Winkel:	φ ,	$[\varphi] = 1$
Winkelgeschwindigkeit:	$\omega, \quad \omega = \dot{\varphi} \approx \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$	$[\omega] = \frac{1}{s}$
Radius	$r,$	$[r] = 1m$
Umlaufzeit (Periode):	$T,$	$[T] = 1s$
Bahngeschwindigkeit:	$v, \quad v = \vec{v} ,$	$[v] = 1\frac{m}{s}$
Frequenz:	$f, \quad f = \frac{n}{t}$	$[f] = 1Hz = \frac{1}{s}$ (Hertz)

(n = Anzahl der Umdrehungen)

Gleichförmige Kreisbewegung

Bei der *gleichförmigen Kreisbewegung* ist der Betrag der Bahngeschwindigkeit v konstant. Da sich die Richtung der Geschwindigkeit jedoch ändert, liegt hier ein Spezialfall einer beschleunigten Bewegung vor. Die Grundgrößen sind folgendermaßen miteinander verknüpft:

$$f = \frac{1}{T} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad v = \frac{2\pi r}{T} \quad v = \omega r$$

Es gilt das *Winkel-Zeit-Gesetz* mit dem Anfangswinkel φ_0 :

$$\varphi(t) = \omega \cdot t + \varphi_0$$

Achtung ! Die Winkelgeschwindigkeit ω bezieht sich dabei immer auf die Winkelangabe im Bogenmaß.

Ursache der gleichförmigen Kreisbewegung ist die radial nach innen (d.h. zum Kreismittelpunkt hin) gerichtete *Zentripetalkraft* F_Z :

$$F_Z = m\omega^2 r = m\frac{v^2}{r}$$

Die *Zentrifugalkraft* ist eine Trägheitskraft und wirkt nur auf einen mitrotierenden (mitbeschleunigten) Beobachter. Sie ist betragsmäßig gleich groß der Zentripetalkraft, ist aber radial nach außen gerichtet.

Entsprechend gilt für die *Radialbeschleunigung* a_Z :

$$a_Z = \frac{F_Z}{m} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

4 Rotation starrer Körper

Drehvektor (axialer Vektor)

Der Drehvektor (z.B. $\vec{\omega}$) steht senkrecht zur Drehebene. Die Richtung des Vektors ergibt sich aus der *Rechten-Hand-Regel*: Die Finger der gekrümmten rechten Hand zeigen in Richtung des Drehsinns, der Daumen zeigt in Richtung des Drehvektors (Festlegung).

Kreuzprodukt

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}; \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \alpha; \quad \alpha = \text{Winkel zwischen } \vec{a} \text{ und } \vec{b}.$$

Das Kreuzprodukt steht senkrecht auf den Vektoren \vec{a} und \vec{b} . Die Richtung des Vektors ergibt sich aus der *Drei-Finger-Regel* der *rechten Hand*: \vec{a} : Daumen, \vec{b} : Zeigefinger, $\vec{a} \times \vec{b}$: Mittelfinger.

$$\text{Spezialfälle: } \vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \quad \vec{a} \parallel \vec{b} \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 0$$

Trägheitsmoment J

$$\begin{aligned} \text{Massenpunkt } m: & \quad J = m \cdot r^2 \\ \text{starrer Körper:} & \quad J = \sum_i m_i \cdot r_i^2 \end{aligned}$$

r bzw. r_i bezeichnet dabei den Abstand zur Drehachse. Das Trägheitsmoment eines Körpers ist somit abhängig von der Lage der Drehachse.

$$\text{Drehmoment } \vec{M} \quad \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\text{Drehimpuls } \vec{L} \quad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Drehimpulserhaltungssatz: In einem abgeschlossenen System bleibt der gesamte Drehimpuls erhalten.

Entsprechungen zwischen Translations- und Drehbewegung

Translationsbewegung	Drehbewegung
\vec{s}	$\vec{\varphi}$
\vec{v}	$\vec{\omega}$
\vec{a}	$\vec{\alpha}$
m	J
\vec{F}	\vec{M}
\vec{p}	\vec{L}

$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$	$E_{rot} = \frac{1}{2}J\omega^2$
$\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$	$\Delta\vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t$
$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	$\vec{M} = J \cdot \vec{\alpha}$
$\vec{F} = \dot{\vec{p}}$	$\vec{M} = \dot{\vec{L}}$

Die Vektoren der Drehbewegung sind Drehvektoren (axiale Vektoren).

Eine allgemeine Bewegung setzt sich zusammen aus einer Translationsbewegung (des Schwerpunkts) und einer Rotationsbewegung (um den Schwerpunkt).

Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung

Ein konstantes Drehmoment \vec{M} ist Ursache einer *gleichmäßig beschleunigten Drehbewegung*. Es gilt analog zur gleichmäßig beschleunigten Bewegung ($\vec{\varphi}_o = 0$, $\vec{\omega}_o = 0$):

$$\begin{aligned}\vec{\varphi} &= \frac{1}{2}\vec{\alpha} \cdot t^2 \\ \vec{\omega} &= \vec{\alpha} \cdot t \\ \vec{\alpha} &= \text{const.}\end{aligned}$$

5 Gravitation

Keplersche Gesetze

Die Keplerschen Gesetze beschreiben die Bewegung von Trabanten um einen Zentralkörper (z.B. Planeten um die Sonne oder Monde um Planeten).

- 1) Trabanten bewegen sich auf Ellipsenbahnen, in deren einem Brennpunkt sich der Zentralkörper befindet.
- 2) Flächensatz: Der Fahrstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen. (Drehimpulserhaltung)
- 3) Für die großen Halbachsen a und Umlaufzeiten T gilt für alle Trabanten, die sich um den Zentralkörper bewegen:

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{const}$$

Gravitationsgesetz

Gravitationskraft F_G , mit der sich zwei (kugelsymmetr.) Körper der Massen m_1 und m_2 , deren Mittelpunkte den Abstand r voneinander haben, anziehen:

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$ (Gravitationskonstante)

Die Richtung von \vec{F}_G liegt auf der Verbindungslinie beider Massen.

Gravitationsfeldstärke

Gravitationsfeldstärke einer Masse m im Gravitationsfeld einer Masse M :

$$g := \frac{F_G}{m} = G \frac{M}{r^2}$$

Auf der Erde entspricht das dem *Ortsfaktor*.

Arbeit und Energie

m sei ein Probekörper im Gravitationsfeld der Masse M . Um den Probekörper m vom Abstand r_1 vom Mittelpunkt der Masse M auf einen Abstand r_2 zu bringen, ist die Arbeit

$$W_{r_1, r_2} = \int_{r_1}^{r_2} F_G(r) dr = G M m \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

erforderlich.

Potenzielle Energie von m im Gravitationsfeld von M :

$$W_{pot} := W_{\infty, r} = -G \cdot \frac{mM}{r}$$

Der Bezugspunkt liegt hierbei im Unendlichen.

Es gilt:

$$W'_{pot}(r) = F_G(r)$$

Potenzial

Das Potenzial V erlaubt eine von der Probemasse m unabhängige Beschreibung des Gravitationsfeldes der Masse M :

$$V := \frac{W_{pot}}{m} = -G \cdot \frac{M}{r}$$

Es gilt:

$$V'(r) = g(r)$$

6 Mechanische Schwingungen

Eine (ungedämpfte) Schwingung ist ein zeitlich periodischer Vorgang. Eine Auslenkung aus der *Gleichgewichts-* oder *Ruhelage* führt zu einer zur Gleichgewichtslage hin gerichteten *Rückstellkraft* F_r .

Größen zur Beschreibung von Schwingungen:

Schwingungsdauer T , *Frequenz* f , *Kreisfrequenz* ω , *Auslenkung* s , *Amplitude* (maximale Auslenkung) s_o (vgl. auch Kreisbewegung)

Harmonische Schwingungen

Bei einer harmonischen Schwingung ist die Rückstellkraft F_r proportional zur Auslenkung s :

$$F_r = -k \cdot s$$

Harmonische Schwingungen erfüllen folgende Differentialgleichung:

$$\ddot{s} + \frac{k}{m} \cdot s = 0$$

Daraus ergibt sich für die Auslenkung s und die Geschwindigkeit v :

$$\begin{aligned} s(t) &= s_o \cdot \sin(\omega t + \varphi) \\ v(t) &= v_o \cdot \cos(\omega t + \varphi), \quad v_o = \omega \cdot s_o \end{aligned}$$

mit

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

s_o bedeutet die Amplitude und φ die *Phasenverschiebung*. Diese Werte ergeben sich aus den *Anfangsbedingungen* der Schwingung.

Daraus folgt für die Schwingungsdauer T :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Insbesondere hängt die Schwingungsdauer T nicht von der Amplitude s_o ab.

Energie

$$\begin{aligned} W_{pot} &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot s(t)^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s_o^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi) \\ W_{kin} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v(t)^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s_o^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

Gesamtenergie:

$$W_{ges} = W_{pot} + W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s_o^2 = const.$$

Es kommt zu einer Umwandlung von potenzieller in kinetische Energie und umgekehrt. Die Gesamtenergie bleibt erhalten.

Beispiele

Federpendel

(Masse: m , Federkonstante: D)

$$k = D, \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

Fadenpendel (für kleine Auslenkungen)

(Fadenlänge: l)

$$k = \frac{m \cdot g}{l}, \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Gedämpfte Schwingungen

Bei realen Schwingungssystemen geht dem System Energie durch Reibung verloren. Berücksichtigt man eine Reibungskraft proportional zur Geschwindigkeit ($F_R = 2m\gamma v$, γ : *Dämpfungskonstante*), ergibt sich folgende Differentialgleichung:

$$\ddot{s} + 2\gamma\dot{s} + \frac{k}{m}s = 0$$

Die Amplitude s_o der Schwingung nimmt ab:

$$s_o(t) = s_o \cdot e^{-\gamma t} = s_o \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

($\tau = \frac{1}{\gamma}$: *Zeitkonstante*)

Die Schwingungsdauer T ändert sich :

$$T = T_o \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{\omega_o^2 \tau^2}}}$$

(T_o : Schwingungsdauer der ungedämpften Schwingung, $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$)

Erzwungene Schwingungen

Ist ein Schwingungssystem an eine äußere Kraft gekoppelt, spricht man von einer *erzwungenen Schwingung*. Das Schwingungssystem schwingt dabei stets mit seiner *Eigenfrequenz*, d.h. der Frequenz seiner freien Schwingung. Die Amplitude der erzwungenen Schwingung ist abhängig von der Frequenz der äußeren Kraft. Sie wird maximal, wenn beide Frequenzen übereinstimmen (*Resonanz*).

7 Mechanische Wellen

Unter einer *mechanischen Welle* versteht man die Ausbreitung einer Störung in einem Medium. Das Medium besteht dabei aus einer Reihe *gekoppelter Oszillatoren*. Die einzelnen Oszillatoren üben dabei Schwingungen aus. Durch die Kopplung wird der Schwingungszustand mit einer Zeitverzögerung auf die benachbarten Oszillatoren übertragen. Es kommt zu einem Energietransport ohne Massentransport.

Eine Welle ist räumlich und zeitlich periodisch.

zeitliche Periode: T (Schwingungsdauer eines Oszillators)

räumliche Periode: λ (Wellenlänge)

Liegt die Schwingungsrichtung der Oszillatoren parallel zur Ausbreitungsrichtung der Welle, spricht man von einer *Längswelle* oder *Longitudinalwelle* (Bsp.: Schallwelle). Liegt die Schwingungsrichtung der Oszillatoren jedoch senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle, spricht man von einer *Querwelle* oder *Transversalwelle* (Bsp.: Seilwellen).

Ausbreitungsgeschwindigkeit

Der Schwingungszustand breitet sich mit der *Ausbreitungsgeschwindigkeit* (*Phasengeschwindigkeit*) c aus:

$$c = \lambda \cdot f$$

Wellengleichung

Führen die Oszillatoren harmonische Schwingungen durch, so gilt für die Auslenkung s die *Wellengleichung*:

(falls zur Zeit $t=0$ am Ort $x=0$ die Auslenkung $s=0$ beträgt)

$$s(t, x) = s_o \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

s_o : Amplitude

Superpositionsgesetz

Wellen überlagern sich ungestört. Die jeweiligen Auslenkungen addieren sich.

Interferenz

Eine Überlagerung von Wellen gleicher Wellenlänge bezeichnet man als *Interferenz*.

Laufen zwei Wellen gleicher Wellenlänge in dieselbe Richtung, überlagern sie sich zu einer Welle gleicher Wellenlänge und gleicher Ausbreitungsrichtung.

Beträgt der Gangunterschied der beiden ursprünglichen Wellen $\delta = m \cdot \lambda$ mit $m = 0, 1, \dots$, so verstärken sich die Amplituden maximal (*konstruktive Interferenz*).

Bei einem Gangunterschied der beiden Wellen von $\delta = (2m - 1)/2 \cdot \lambda$ mit $m = 1, 2, \dots$, so sind die resultierenden Amplituden minimal (*destruktive Interferenz*). Sind die Amplituden der ursprünglichen Wellen gleich groß, so löschen beide Wellen sich aus.

Stehende Wellen

Laufen zwei Wellen gleicher Wellenlänge und gleicher Amplitude in entgegengesetzter Richtung, so kommt es zu einer *stehenden Welle*. Die Welle breitet sich nicht mehr aus. An den *Schwingungsknoten* ruhen die Oszillatoren, an den *Schwingungsbäuchen* schwingen sie mit maximaler Amplitude. Der Abstand zweier benachbarter Schwingungsknoten oder Schwingungsbäuche beträgt $\lambda/2$.

Wellengleichung für die stehende Welle:

$$s(t, x) = 2s_o \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

s_o : Amplitude der einander entgegenlaufenden Wellen
(Anfangsbedingungen wie oben)

Huygenssche Prinzipien

1. Jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt einer Elementarwelle aufgefasst werden.
2. Jede Wellenfront ergibt sich als äußere Einhüllende der Elementarwellen.

8 Elektrostatik

Elektrische Feldstärke:

$$\vec{E} := \frac{\vec{F}_{el}}{q}$$

\vec{F}_{el} : elektrische Kraft auf die Probeladung q

Die elektrische Feldstärke \vec{E} erlaubt eine von der Größe der Probeladung q unabhängige Darstellung des elektrischen Feldes. Die Richtung von \vec{E} ist die Richtung von \vec{F}_{el} auf eine positive Probeladung q .

Homogenes elektrisches Feld eines Plattenkondensators

Elektrische Feldstärke: $E = \frac{U}{d}$

Flächenladungsdichte: $\sigma := \frac{Q}{A} = \varepsilon_o E$

Kapazität: $C := \frac{Q}{U} = \varepsilon_o \frac{A}{d}$

Q : Ladung, A : Fläche, d : Abstand der Kondensatorplatten, $\varepsilon_o = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C}{V \cdot m}$: elektr. Feldkonstante

Befindet sich ein Medium zwischen den Kondensatorplatten, so erhöht sich die Kapazität um den Faktor ε_r (Dielektrizitätszahl):

$$C_{Medium} = \varepsilon_r C_{Vakuum}$$

Energie

Energie einer Ladung q nach Durchlaufen der Beschleunigungsspannung U_B :

$$W = q \cdot U_B$$

Energie eines Kondensators:

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Dies ergibt eine Energiedichte von:

$$\varrho_{el} := \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_o E^2$$

Diese Beziehung gilt auch für inhomogene elektrische Felder.

Radiales elektrisches Feld

Elektrische Feldstärke einer Kugelladung Q :

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2}$$

Der Betrag E hängt nicht von der Größe der Kugel, sondern nur von deren Ladung Q und dem Abstand r zum Kugelmittelpunkt ab.

\vec{E} ist radial nach innen bzw. nach außen gerichtet.

Coulombgesetz (Kraft zwischen Punktladungen Q_1, Q_2):

$$F_{el}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Energie

Für die Arbeit, eine Probeladung q im Feld der Ladung Q vom Abstand r_1 zum Abstand r_2 vom Kugelmittelpunkt zu bringen, gilt:

$$W = - \int_{r_1}^{r_2} F_{el}(r) dr = - \frac{1}{4\pi\epsilon_o} Q \cdot q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

(Das negative Vorzeichen bedeutet, dass Arbeit gegen die elektrische Kraft F_{el} verrichtet wird.)

Die Arbeit W hängt nur von den Radien r_1 und r_2 , nicht aber vom speziell gewählten Weg ab.

Diese Arbeit wird als *elektrische* oder *potenzielle Energie* im Feld gespeichert. Die Größe der elektrischen Energie ist abhängig von der Wahl des Bezugspunktes. Legt man diesen Bezugspunkt ins Unendliche ($r_1 \rightarrow \infty$), so erhält man (mit $r = r_2$):

$$W_{pot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q \cdot q}{r}$$

Eine von der Probeladung q unabhängige Darstellung erhält man mit Hilfe des *Potenzials* φ :

$$\varphi(r) := \frac{W_{pot}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r}$$

Als *Spannung* U bezeichnet man die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten:

$$U := \Delta\varphi = \varphi(r_2) - \varphi(r_1)$$

Für die Arbeit W ergibt sich damit:

$$W = q \cdot U$$

Im Medium ist jeweils ϵ_o durch $\epsilon_o \cdot \epsilon_r$ zu ersetzen.

9 Magnetische Felder

Lorentz-Kraft, magnetische Flussdichte (Feldstärke)

Lorentzkraft \vec{F}_L auf ein Leiterstück der Länge l in einem magnetischen Feld \vec{B} , das mit der Stromstärke I durchflossen wird:

$$\vec{F}_L = l \cdot \vec{I} \times \vec{B}$$

Die **magnetische Flussdichte** \vec{B} ist ein Maß für die Stärke des magnetischen Feldes. Die Lorentzkraft \vec{F}_L (Wirkung) steht senkrecht zur Stromrichtung \vec{I} (Ursache) und zum Magnetfeld \vec{B} (Vermittlung). Die Richtung der Lorentzkraft ergibt sich aus der *Drei-Finger-Regel* der rechten Hand (UVW-Regel).

Betragsgleichung:

$$F_L = l \cdot I \cdot B \cdot \sin\alpha$$

α : Winkel zwischen Stromrichtung \vec{I} und Feldrichtung \vec{B} .

Einheit

$$[B] = 1 \frac{N}{Am} = 1T \text{ (Tesla)}$$

Bewegte Ladung in einem Magnetfeld

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

q : Ladung, \vec{v} : Geschwindigkeit

Homogenes Magnetfeld einer langen Spule

$$B = \mu_o \frac{n \cdot I}{l}$$

$\mu_o = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{Tm}{A} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$: magnet. Feldkonstante, I : Stromstärke, n : Anzahl der Windungen, l : Länge der Spule.

Die Stärke des B-Feldes ist unabhängig von Spulenquerschnitt.

Magnetfeld eines langen stromdurchflossenen Leiters

Die Feldlinien eines stromdurchflossenen Leiters sind konzentrische Kreise um den Leiter als Mittelpunkt. Für die Flussdichte B gilt:

$$B = \mu_o \cdot \frac{I}{2\pi r}$$

I : Stromstärke, r : Abstand vom Leiter.

Magnetfeld in einem Medium

$$B_{Medium} = \mu_r \cdot B_{Vakuum}$$

μ_r : Permeabilitätszahl.

Im Medium ist μ_o durch $\mu_r \cdot \mu_o$ zu ersetzen.

Energiedichte:

$$\rho_{magnet} = \frac{W}{V} = \frac{1}{2\mu_o} B^2$$

Das magnetische Feld ist Träger von Energie (wie das elektrische Feld).

10 Elektromagnetische Induktion

Magnetischer Fluss

$$\Phi = B \cdot A_{\perp} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

B : magnetische Flussdichte; A_{\perp} : Querschnittsfläche, die von den Feldlinien senkrecht durchflossen wird.

Betragsgleichung:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

α : Winkel zwischen magnetischer Flussdichte \vec{B} und Flächenvektor \vec{A} (senkrecht auf der Fläche).

$$[\Phi] = Tm^2 = Vs$$

Induktionsgesetz

Ändert sich der magnetische Fluss Φ in einer Spule, wird eine Spannung U_{ind} induziert. Es gilt:

$$U_{ind} = -n \cdot \dot{\Phi}$$

U_{ind} : Induktionsspannung, n : Anzahl der Windungen

Das negative Vorzeichen trägt der **Lenzschen Regel** Rechnung, wonach die Induktionsspannung stets so gerichtet ist, dass sie ihrer Ursache entgegenwirkt.

Selbstinduktion

Durch einen sich ändernden Strom ändert sich das Magnetfeld der Spule und somit auch der magnetische Fluss. Nach dem Induktionsgesetz wird eine Induktionsspannung U_{ind} induziert. Es gilt:

$$U_{ind} = -L \cdot \dot{I}$$

L : (**Selbst**)induktivität (Eigeninduktivität)

$$[L] = 1Vs/A = 1H(\text{Henry})$$

Selbstinduktivität einer langen Spule

$$L = \mu_o \mu_r n^2 A / l$$

A : Querschnittsfläche der Spule, l : Spulenlänge, n : Windungszahl

Energie des magnetischen Feldes

Energieinhalt einer Spule

Eine stromdurchflossene Spule ist Träger von Energie:

$$W_{mag} = \frac{1}{2} \cdot LI^2$$

Ein- und Ausschaltprozess bei einer Spule

Beim Einschalten des Spulenstroms wird in der Spule durch den Aufbau des Magnetfeldes ein Strom induziert, der nach der Lenzschen Regel dem ursprünglichen Stromfluss entgegen gerichtet ist. Es kommt daher zu einem verzögerten Anstieg der Stromstärke. Dabei wird Energie in den Aufbau des Magnetfeldes gesteckt. Es gilt für die Stromstärke I bzw. die Induktionsspannung U_L :

$$\begin{aligned} I(t) &= I_o \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right) \\ U_L(t) &= -U_o \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \end{aligned}$$

I_o : maximale stationäre Stromstärke, U_o : anliegende Spannung, L : Induktivität der Spule, R : ohmscher Widerstand

Beim Ausschalten wird entsprechend ein Induktionsstrom in die ursprüngliche Flussrichtung des Stroms induziert. Dabei wird die Energie der Spule abgebaut. Es gilt:

$$\begin{aligned} I(t) &= I_o \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \\ U_L(t) &= U_o \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \end{aligned}$$

11 Wechselstrom

Effektivwert

Der Effektivwert U_{eff} einer Wechselspannung $U(t)$ versteht man die Gleichspannung, die beim gleichen ohmschen Widerstand R die gleiche Leistung hervorruft wie die Wechselspannung im Mittel.

Für eine sinusförmige Wechselspannung $U(t) = U_o \cdot \sin(\omega t)$ gilt:

$$U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_o$$

Entsprechendes gilt für I_{eff} .

Für die mittlere Leistung des Wechselstroms \bar{P} gilt:

$$\bar{P} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi)$$

φ : Phasenverschiebung zwischen $U(t)$ und $I(t)$.

Rein ohmscher Widerstand

Im Folgenden werde ein Stromkreis betrachtet, der an eine Wechselspannung $U(t) = U_o \cdot \sin(\omega t)$ angeschlossen ist.

Es gilt bei einem ohmschen Widerstand R :

$$U_{eff} = R \cdot I_{eff}, \quad U_o = R \cdot I_o \quad U(t) = R \cdot I(t)$$

$$I(t) = I_o \cdot \sin(\omega t)$$

Rein induktiver Widerstand

$$U_{eff} = Z_L \cdot I_{eff}, \quad U_o = Z_L \cdot I_o$$

mit dem *induktiven Blindwiderstand* (L = Induktivität):

$$Z_L = \omega L$$

Die Stromstärke hinkt der Spannung um 90° ($\pi/2$) hinterher:

$$I(t) = I_o \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Rein kapazitiver Widerstand

$$U_{eff} = Z_C \cdot I_{eff}, \quad U_o = Z_C \cdot I_o$$

mit dem *kapazitiven Blindwiderstand* ($C = \text{Kapazität}$)

$$Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

Die Stromstärke läuft der Spannung um 90° ($\pi/2$) voraus:

$$I(t) = I_o \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Reihenschaltung

(Ohmscher, induktiver und kapazitiver Widerstand in Reihe)

$$U_{eff} = Z \cdot I_{eff}, \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

Z : Impedanz, X : Blindwiderstand

Es kommt zu einer *Phasenverschiebung* φ zwischen Spannung und Stromstärke:

$$I(t) = I_o \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

mit

$$\tan(\varphi) = \frac{X}{R}$$

Für einen reinen Blindwiderstand ($R = 0$) gilt: $\bar{P} = 0$.

Resonanz: $X = 0$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Die Stromstärke wird maximal und $\varphi = 0$ (Frequenzfilter, Siebkette).

Parallelschaltung

(Ohmscher, induktiver und kapazitiver Widerstand parallel)

Es gilt entsprechend:

$$I_{eff} = \frac{1}{Z} \cdot U_{eff}, \quad \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}, \quad \frac{1}{X} = \frac{1}{\omega L} - \omega C, \quad \tan(\varphi) = \frac{R}{X}$$

12 Elektromagnetische Schwingungen und Wellen

Elektromagnetische Schwingungen

Ein *elektrischer Schwingkreis* besteht aus einem Kondensator und einer Spule, die in Reihe geschaltet sind. Wird der Kondensator entladen, kommt es zu einer elektrischen Schwingung.

Für die Ladung des Kondensators gilt folgende Differentialgleichung:

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC} \cdot Q = 0$$

(Dies entspricht der Differentialgleichung einer harmonischen Schwingung.)

Daraus ergibt sich die Lösung:

$$Q(t) = Q_o \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

mit

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{CL}}$$

Dabei bedeutet Q_o die ursprünglich im Kondensator gespeicherte Ladung und φ die Phasenverschiebung, die sich aus den Startbedingungen ergibt.

Für die Spannung U und die Stromstärke I ergibt sich daraus:

$$\begin{aligned} U(t) &= U_o \cdot \cos(\omega t + \varphi), & U_o &= \frac{Q_o}{C} \\ I(t) &= -I_o \cdot \cos(\omega t + \varphi), & I_o &= \omega \cdot Q_o \end{aligned}$$

Für die Schwingungsdauer T gilt (*Thomson-Formel*):

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{LC}$$

Im Schwingkreis kommt es zu einer Umwandlung von elektrischer Energie des Kondensators in magnetische Energie der Spule und umgekehrt. Für die Gesamtenergie gilt:

$$W_{ges} = W_{el} + W_{mag} = \frac{1}{2}CU_o^2 = \frac{1}{2}LI_o^2$$

Hertzscher Dipol

Um hohe Frequenzen zu erhalten, benötigt man einen Schwingkreis mit kleiner Induktivität L und kleiner Kapazität C . Diesen erhält man, indem man den Schwingkreis zu einem Stab auseinanderzieht. Ladungen schwingen zwischen den beiden Enden des Stabes hin und her.

Eigenfrequenz des Dipols:

$$f_o = \frac{c}{2l}$$

l : Dipollänge, c : Lichtgeschwindigkeit

Elektromagnetische Wellen

Werden Ladungen beschleunigt - wie etwa bei einem Hertzschen Dipol - breiten sich die elektrischen und magnetischen Felder mit Lichtgeschwindigkeit aus. Beim *Fernfeld* kommt es zu einer *elektromagnetischen Welle*. Beide Felder sind gleichphasig und stehen sowohl senkrecht zueinander als auch senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle. Ausbreitungsrichtung, elektrische Feldstärke \vec{E} und magnetische Flussdichte \vec{B} bilden dabei ein Rechtssystem. Das sich ändernde magnetische Feld führt zu einem elektrischen Feld und umgekehrt, so dass sich die Welle unabhängig von ihrer Ursache ausbreitet.

Es gilt:

$$E = c \cdot B$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_o \cdot \mu_r \cdot \mu_o}} = \frac{c_o}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}}$$

c_o : Vakuumlichtgeschwindigkeit

mittlere **Energiedichte** einer sinusförmigen Welle:

$$\bar{\rho} = \frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_o \cdot E_o^2$$

E_o : Amplitude

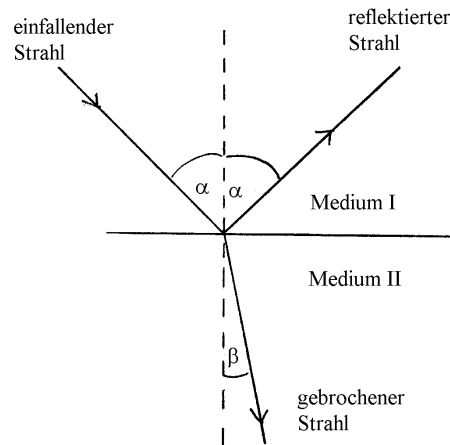
mittlere **Bestrahlungsstärke** bei senkrechten Einfall:

$$\bar{S} := \frac{\Delta \bar{P}}{\Delta A} = \frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_o \cdot E_o^2 \cdot c$$

13 Wellenoptik

Reflexions- und Brechungsgesetz

Einfallender Strahl, reflektierter bzw. gebrochener Strahl und Einfallslot liegen in einer Ebene.



Reflexionsgesetz: Einfallswinkel = Ausfallswinkel

Brechungsgesetz (nach Snellius):

Für Einfallswinkel α (Medium 1) und Brechungswinkel β (Medium2) gilt:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \text{const.} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$c_{1,2}$ Lichtgeschwindigkeit, $n_{1,2}$: Brechungsindex

Für den Brechungsindex eines Mediums gilt:

$$n = \frac{c_o}{c_{\text{Medium}}}$$

c_o : Vakuumlichtgeschwindigkeit

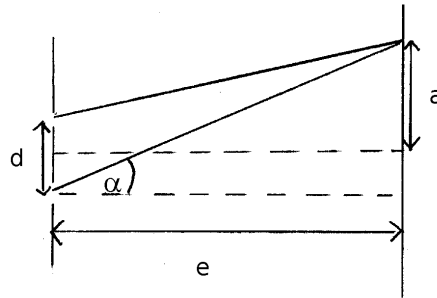
Spezialfall: $n_{\text{Luft}} \approx 1$

Grenzwinkel der Totalreflexion:

$$\sin(\alpha_G) = \frac{n_2}{n_1}$$

Beugung am Doppelspalt

Kohärentes Licht falle auf einen Doppelspalt:



Von beiden Spaltöffnungen geht (näherungsweise) jeweils eine Elementarwelle aus.

Für die Maxima n -ter Ordnung auf einem Schirm gilt dabei (vgl. Skizze) :

$$\sin \alpha = \frac{n\lambda}{d}, \quad \tan \alpha = \frac{a_n}{e}$$

e : Abstand zwischen Doppelspalt und Schirm, d Spaltabstand, a_n : Abstand des Maximums n -ter Ordnung vom Maximum 0-ter Ordnung

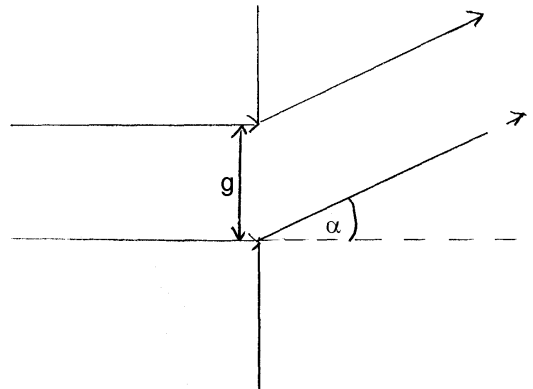
Für kleine Winkel α gilt näherungsweise:

$$a_n = n \cdot \frac{e\lambda}{d}$$

Beugung am Gitter

Für die Hauptmaxima gelten die gleichen Formeln wie für die Beugung am Doppelspalt. d bedeutet dabei den Abstand zweier benachbarter Spalte (*Gitterkonstante*). Zwischen zwei Hauptmaxima liegen $N - 1$ Minima bei Phasenunterschieden von $\delta = n\lambda + m\lambda/N$ mit $m = 1, 2, \dots, N - 1$ und $N - 2$ Nebenmaxima, wobei N die Anzahl der beleuchteten Spalte bedeutet. Die Intensität der Nebenmaxima nimmt mit zunehmendem N weiter ab, wodurch die Hauptmaxima schärfer voneinander getrennt werden.

Beugung am Spalt



Für die Minima n -ter Ordnung gilt:

$$\sin \alpha = \frac{n\lambda}{g}$$

Zwischen den Minima liegen Maxima, deren Intensität mit zunehmender Ordnung n abnimmt.

14 Relativitätstheorie

Einsteinsche Postulate

1) Konstanz der Lichtgeschwindigkeit

Die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit ist in allen Inertialsystemen gleich groß.

2) Relativitätsprinzip

In allen Inertialsystemen gelten die gleichen physikalischen Gesetze. Es gibt kein ausgezeichnetes Bezugssystem.

Lorentz-Transformation

Ein Bezugssystem S' bewege sich relativ zu einem Bezugssystem S mit der Geschwindigkeit v in dessen x-Richtung. Für die Koordinaten in S' gilt mit $\beta = v/c$:

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2} \cdot x}{\sqrt{1 - \beta^2}}\end{aligned}$$

Aufgrund des Relativitätsprinzips gilt für die umgekehrte Transformation:

$$\begin{aligned}x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\y &= y' \\z &= z' \\t &= \frac{t' + \frac{v}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}\end{aligned}$$

Aus der Lorentz-Transformation ergeben sich verschiedene Spezialfälle:

Zeitdilatation

Eine relativ zu einem Inertialsystem bewegte Uhr geht langsamer als eine in dem Inertialsystem ruhende Uhr:

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \beta^2}$$

Längenkontraktion

Für ein gegenüber einem System S mit Geschwindigkeit v bewegtes Objekt wird in S in Bewegungsrichtung eine kleinere Länge gemessen als im Ruhesystem S' des Objekts:

$$\Delta x = \Delta x' \cdot \sqrt{1 - \beta^2}$$

Relativität der Gleichzeitigkeit

Zwei Ereignisse, die in S gleichzeitig stattfinden, finden in S' nicht gleichzeitig statt. Es gilt:

$$t'_2 - t'_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{v}{c^2} (x_1 - x_2)$$

Addition der Geschwindigkeiten

Ein Koordinatensystem S' bewege sich relativ zu einem System S mit der Geschwindigkeit v in x-Richtung. Ein Körper, der sich relativ zu S' mit der Geschwindigkeit u' in x-Richtung bewegt, bewegt sich dann relativ zu S mit der Geschwindigkeit:

$$u = \frac{v + u'}{1 + \frac{v \cdot u'}{c^2}}$$

Dopplereffekt

Bewegt sich ein Sender elektromagnetischer Strahlung der Frequenz f_S von einem Empfänger weg, so beobachtet der Empfänger eine Frequenz $f_E = k \cdot f_S$ mit

$$k = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

(Bewegt sich der Sender auf den Empfänger zu, so nimmt β ein negatives Vorzeichen an.)

Masse, Energie und Impuls

Bewegte Masse

Ein Körper bewege sich mit der Geschwindigkeit v gegenüber dem Ruhesystem. Dabei gilt für seine Masse m :

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

m_o : Ruhemasse

Kein Körper kann sich schneller als mit Lichtgeschwindigkeit c bewegen. Lichtgeschwindigkeit erreicht nur ein Körper mit Ruhemasse $m_o = 0$.

Gesamtenergie eines Körpers:

$$W_{ges} = mc^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Für den Spezialfall $v \ll c$ (d.h. $\beta \ll 1$) ergibt sich daraus näherungsweise:

$$W_{ges} \approx m_o c^2 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{m_o}$$

Der zweite Term entspricht der klassischen kinetischen Energie. Der erste Term lässt sich als *Massenenergie* deuten. Masse stellt eine Form der Energie dar. Insbesondere lässt sich Masse in andere Energieformen umwandeln und umgekehrt.

Kinetische Energie

$$W_{kin} = mc^2 - m_o c^2 = m_o c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

Impuls

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_o \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Relativistische Energie-Impuls-Beziehung

$$W_{ges}^2 = (m_o c^2)^2 + (pc)^2$$

Wie in der klassischen Mechanik gelten die Erhaltungssätze für Energie und Impuls.

15 Welle-Teilchen-Dualismus

Einsteinsches Photonenbild

Licht besteht aus Lichtteilchen, den *Photonen* oder *Lichtquanten*, mit Energie:

$$E_\gamma = h \cdot f$$

$h = 6,6262 \cdot 10^{-34} \text{Js} = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{eVs}$: Plancksches Wirkungsquantum, f : Frequenz

Nach der Einsteinschen Beziehung zwischen Energie und Masse ($E = mc^2$) lässt sich den Photonen eine Masse m_γ und ein Impuls p_γ zuordnen. Es gilt:

$$m_\gamma = \frac{h}{c\lambda}, \quad p_\gamma = \frac{h}{\lambda}$$

Die Masse m_γ bezeichnet die zur Photonenenergie W äquivalente Masse. Photonen haben eine Ruhemasse von $m_o = 0$.

Photoeffekt

Beim Photoeffekt überträgt ein Photon seine gesamte Energie auf ein Elektron in einem Atom. Ist die Photonenenergie größer als die *Bindungsenergie* W_A , wird das Elektron herausgelöst. Für die (maximale) kinetische Energie E_{kin} dieses *Photoelektrons* gilt:

$$E_{kin} = h \cdot f - W_A$$

Röntgenstrahlung (Bremsstrahlung)

Elektronen treffen auf einen Schirm. Dabei werden sie abgebremst und wandeln ihre kinetische Energie in Photonen um. Bis ein Elektron vollständig abgebremst wird, können mehrere Photonen entstehen. Es kommt zu einem *Röntgenspektrum*. Bei der größtmöglichen Frequenz dieses Spektrums f_{gr} wird dabei die gesamte kinetische Energie des Elektrons in ein Photon umgesetzt. Es gilt:

$$eU = hf_{gr}$$

Dieser Frequenz entspricht einer minimalen Wellenlänge λ_{gr} . (Von der Bindungsenergie der Elektronen werde hier abgesehen.)

Bremsstrahlung entsteht ebenfalls bei der Abbremsung anderer geladener Teilchen.

Compton-Effekt

Licht der Wellenlänge λ streut an freien Elektronen. Dabei kommt es zu einem elastischen Stoß zwischen Photonen und Elektronen. Die Photonen übertragen Energie und Impuls auf die Elektronen. Dabei vergrößert sich die Wellenlänge des Lichts in Abhängigkeit vom Streuwinkel ϑ :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C \cdot (1 - \cos \vartheta)$$

mit der Compton-Wellenlänge $\lambda_C = \frac{h}{m_e c} \approx 2,4263 \cdot 10^{-12} m$.

Die Wellenlängenänderung $\Delta\lambda$ ist damit unabhängig von der eingestrahltten Wellenlänge λ .

Materiewellen

Auch materielle Teilchen (Mikroteilchen) besitzen sowohl Teilchen- als auch Welleneigenschaften. Es gelten die De-Broglie-Beziehungen:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad f = \frac{W}{h}$$

p : Impuls, λ : De-Broglie-Wellenlänge, W : Gesamtenergie des Teilchens.

Im Unterschied zu Photonen besitzen die Mikroteilchen eine Ruhemasse $m_o > 0$ und bewegen sich mit einer Geschwindigkeit $v < c$.

Heisenbergsche Unschärferelation

Die Heisenbergsche Unschärferelation gibt eine Abschätzung dafür, wann bei materiellen Teilchen der klassische Bahnbegriff anwendbar ist und damit die Gesetze der klassischen Mechanik, und wann die Gesetze der Quantenmechanik (Wellenmechanik) gelten. Es gilt:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \hbar$$

Δx : Ortsungenauigkeit, Δp_x : Impulsungenauigkeit in x-Richtung, $\hbar = h/2\pi$ (h-quer)

Ort und Impuls lassen sich nicht gleichzeitig genau messen.

16 Atomphysik

Energieniveaus

Elektronen in einem Atom können nur bestimmte *gequantelte* Energieniveaus annehmen.

Für das Wasserstoffatom gilt:

$$W_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \approx -13,6\text{eV} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$n=1, 2, \dots$: *Hauptquantenzahl*

Für steigende Werte von n liegen die Energieniveaus immer dichter zusammen. Für $n = \infty$ ergibt sich die Kontinuumsgrenze. Elektronen mit positiver Energie sind nicht mehr an das Atom gebunden und können beliebige Energien annehmen.

Emmission und Absorption von Photonen

Die Energieniveaus können durch Emission oder Absorption von Photonen geändert werden. Dabei gilt für die Frequenz beim Wasserstoffatom:

$$f = \frac{W_n - W_m}{h} = f_R \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

mit der Rydbergfrequenz $f_R = me^4 / (8\varepsilon_0^2 h^3) \approx 3,29 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$.

Charakteristische Röntgenstrahlung

Entfernt man aus der innersten Schale eines Atoms (*K-Schale*) ein Elektron, so kann ein Elektron aus einer höheren Schale unter Emission eines Röntgenquants auf dieses Energieniveau übergehen. Für den Übergang von $n = 2$ nach $n = 1$ gilt:

$$f_{K\alpha} = (Z - 1)^2 f_R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

Z : Kernladungszahl

(Das Elektron aus der L-Schale ($n = 2$) sieht die von dem zweiten Elektron auf der K-Schale um 1 abgeschirmte Kernladung.)

17 Radioaktivität und Atomkerne

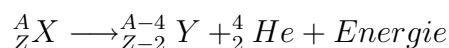
Nuklidschreibweise

$${}^A_Z X_{(N)}$$

X : Nuklid, A Massenzahl (Nuklidzahl), Z : Ordnungszahl (Protonenzahl), N : Neutronenzahl.

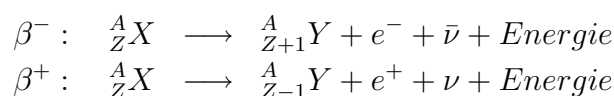
Kerne mit unterschiedlichen Massenzahlen aber gleicher Ordnungszahl bezeichnet man als *Isotope*.

α -Zerfall



Der α -Zerfall liefert ein diskretes Energiespektrum.

β -Zerfall

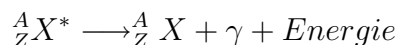


e^- und e^+ bezeichnen Elektron bzw. Positron, und ν und $\bar{\nu}$ stehen für (Elektron-) Neutrino bzw. Antineutrino.

Im Kern wandelt sich jeweils eine Nuklidsorte in die andere unter Aussendung eines Neutrinos bzw. Antineutrinos um. Da die Zerfallsenergie auf mehrere Teilchen verteilt ist, ergibt sich für die β -Teilchen ein kontinuierliches Energiespektrum.

(Ob Neutrinos bzw. Antineutrinos eine Masse haben, ist noch nicht endgültig geklärt.)

γ -Zerfall



X^* ist ein angeregter (energiereicherer) Zustand des Nuklids X . γ bezeichnet ein Photon. Für seine Frequenz f gilt:

$$h \cdot f = \Delta E$$

bei einer Energiedifferenz ΔE zwischen den beiden Energiezuständen des Nuklids. Es liegt ein diskretes Energiespektrum vor.

Bindungsenergie

$$W_B = (Zm_p + Nm_n - m_k)c^2$$

m_p : Protonenmasse, m_n : Neutronenmasse, m_k : Kernmasse

Der Atomkern ist leichter als die Summe seiner Bestandteile (*Massendefekt*).

Zerfallsgesetz

Für die Zahl N der noch nicht zerfallenen Kerne einer Probe gilt:

$$N(t) = N_o \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$k = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

mit $N_o = N(0)$, k : Zerfallskonstante, $T_{1/2}$: Halbwertszeit

Aktivität

$$A = -\dot{N}, \quad [A] = 1/s = 1Bq \text{ (Becquerel)}$$

Es gilt:

$$A(t) = A_o \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$A = k \cdot N$$

mit $A_o = A(0)$

Energiedosis

$$D = \frac{\Delta W}{\Delta m}, \quad [D] = 1 \frac{J}{kg} = 1Gy \text{ (Gray)}$$

ΔW : absorbierte Strahlenenergie, Δm : durchstrahlte Masse

Äquivalentdosis

$$H = Q \cdot D \quad [D] = 1Sv \text{ (Sievert)}$$

Der *Qualitätsfaktor* Q beschreibt die unterschiedliche Schädlichkeit der verschiedenen Strahlenarten. Es gilt: $Q = 1$ für β - und γ -Strahlung, $Q = 10$ für Neutronenstrahlung und $Q = 20$ für α -Strahlung.

Die mittlere natürliche Strahlenbelastung liegt bei etwa 2,4 mSv/a.

18 Thermodynamik

Kelvin-Skala

$$T = 273,15K + \vartheta \cdot \frac{K}{^{\circ}C}$$

T : Temperatur in K, ϑ : Temperatur in $^{\circ}C$

Der *absolute Nullpunkt* der Temperatur liegt bei $\vartheta = -273,15^{\circ}C$ bzw. $T = 0K$. Bei dieser Temperatur liegt keine Wärmebewegung mehr vor.

Stoffmenge

Unter der Stoffmenge $n=1$ mol versteht man die Stoffmenge, die aus genauso vielen Teilchen besteht, wie in 12 g ^{12}C enthalten sind.

Es gilt:

$$n = \frac{N}{N_A}$$

N : Teilchenzahl, $N_A = 6,0221 \cdot 10^{23} mol^{-1}$: *Avogadro-Konstante*

Wärmekapazität

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

ΔQ : Wärmemenge (Energie), die erforderlich ist, die Temperatur eines Stoffes um ΔT zu erhöhen.

Bezogen auf die Masse m bzw. die Stoffmenge ν gibt man die *spezifische Wärmekapazität* c bzw. die *molare Wärmekapazität* c_{molar} an. Es gilt:

$$c = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T} \quad , \quad c_{molar} = \frac{\Delta Q}{n \cdot \Delta T}$$

Gasgesetze

Im Folgenden wird von dem Modell eines *idealen Gases* ausgegangen:

Ideales Gas

Bei einem idealen Gas geht man davon aus, dass die Gasteilchen untereinander nicht wechselwirken, d.h. es kommt nur zu elastischen Stößen der Teilchen untereinander bzw. mit den Wänden des Gasbehälters. Für die meisten *realen Gase* ist das unter Normalbedingungen in guter Näherung erfüllt.

Allgemeine Gasgleichung

$$pV = nRT$$

p : Druck, V : Volumen, n : Stoffmenge, T : Temperatur, R : *allgemeine Gaskonstante*:
 $R = 8,3144 \frac{J}{K \cdot mol}$.

Innere Energie

Unter der inneren Energie U versteht man die Gesamtenergie eines Systems: kinetische und potenzielle Energie der Teilchen, chemische Energie, Massenenergie.

Bei einem idealen Gas ist für die innere Energie allein die kinetische Energie von Bedeutung. Von der Massenenergie des Systems wird abgesehen. Es gilt:

$$U = W_{kin} = \frac{z}{2} \cdot pV = \frac{z}{2} \cdot nRT$$

z : Freiheitsgrade der Bewegung

Für ein einatomiges Gas gilt: $z = 3$ (reine Translationsbewegung), für ein zweiatomiges Molekül: $z = 5$ (Translationsbewegung und Rotation um zwei Achsen).

Die innere Energie U hängt bei gegebener Stoffmenge n allein von der Temperatur T ab.

Für die kinetische Energie eines Teilchens gilt entsprechend:

$$W_{kin,Teilchen} = \frac{z}{2} \cdot kT$$

$k = R/N_A = 1,3806 \cdot 10^{-23} J/K$: *Boltzmann-Konstante*

Erster Hauptsatz (verallgemeinerter Energiesatz)

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

ΔQ : zugeführte Wärmemenge, ΔW : von außen zugeführte mechanische Arbeit

Die innere Energie eines Körpers kann sich durch Zufuhr von Wärme und durch Zufuhr äußerer Arbeit ändern.

Isochore Zustandänderungen ($\Delta V = 0$)

Es wird keine äußere Arbeit verrichtet. Eine Zufuhr von Wärmeenergie führt allein zu einer Erhöhung der inneren Energie $\Delta Q = \Delta U$.

$$c_{molar,V} = \frac{z}{2} \cdot R$$

Isobare Zustandänderungen ($\Delta P = 0$)

Eine Zufuhr von Wärmeenergie führt zu einer Erhöhung der inneren Energie und Verrichtung mechanischer Arbeit $-\Delta W = P\Delta V$.

$$c_{molar,p} = c_{molar,V} + R$$

Isotherme Zustandänderungen ($\Delta T = 0$)

Die innere Energie des Systems bleibt unverändert ($\Delta U = 0$).

$$p \cdot V = const.$$

Gesetz von Boyle-Mariotte

Adiabatische Zustandänderungen ($\Delta Q = 0$)

$$pV^\kappa = const. \quad , \quad TV^{\kappa-1} = const$$

Poisson-Gesetz, $\kappa = c_{molar,p}/c_{molar,V}$: Adiabatenkoeffizient

Zweiter Hauptsatz

Es gilt stets:

$$\Delta S \geq 0$$

Für $\Delta S = 0$ liegt ein *reversibler* Prozess vor (Kreisprozess), für $\Delta S > 0$ ist der Vorgang *irreversibel*.

Entropie S

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = k \cdot \ln(w)$$

w : thermodynamisches Wahrscheinlichkeitsverhältnis zwischen zwei Zuständen

Wärmekraftmaschine

Für den optimalen Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine, bei der einem System von einem Wärmereservoir der Temperatur T_1 Wärme zugeführt und an ein Wärmereservoir der Temperatur T_2 Wärme abgeführt wird, gilt:

$$\eta = \frac{|W|}{Q} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

19 Fehlerrechnung

Eine Größe y hänge von einer Größe x ab über

$$y = f(x) \quad .$$

Beträgt die Ungenauigkeit in der Bestimmung von x Δx , so gilt nach dem *Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz* für die Ungenauigkeit Δy der Größe y :

$$\boxed{\Delta y \approx |f'(x)| \cdot \Delta x}$$

$f'(x)$ bedeutet dabei die Ableitung von $f(x)$ nach x . (Mathematisch ist dies die Approximation des Differenzialquotienten $f'(x)$ durch den Differenzenquotienten $\Delta y/\Delta x$ für kleine Werte von Δx .)

Hängt y von mehreren Größen, z.B. a , b und c , ab, so gilt:

$$\Delta y \approx \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \cdot \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \cdot \Delta c\right)^2}$$

$\partial f/\partial a$ bedeutet dabei die *partielle Ableitung* von f nach a . (Nach a wird abgeleitet, während b und c als konstant betrachtet werden.)

Hängt y nach einem einfachen Potenzgesetz von x ab:

$$y = x^m \quad ,$$

so ergibt sich für den *relativen Fehler*:

$$\frac{\Delta y}{y} \approx |m| \cdot \frac{\Delta x}{x}$$

Beispiel:

Es gelte:

$$y = \frac{a^2 \cdot \sqrt{b}}{c^3}$$

Daraus erhält man nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\frac{\Delta y}{y} \approx \sqrt{\left(2 \frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(3 \frac{\Delta c}{c}\right)^2}$$